Morfismos, Vol. 14, No. 1, 2010, pp. 51–68

Impacto de la política fiscal en un ambiente con inflación estocástica: un modelo de control óptimo

Francisco Ortiz-Arango   Francisco Venegas-Martínez
Claudia Estrella Castillo-Ramírez

Resumen

En una economía pequeña y abierta con tipo de cambio flexible y en donde la inflación es estocástica se evalúa el impacto de la política fiscal sobre los contribuyentes. La función de utilidad total esperada se aplica sólo a individuos, adversos al riesgo, que con cierta probabilidad (positiva) están vivos en el momento en que presentan su declaración fiscal. Se supone que los contribuyentes son sujetos a tasas impositivas sobre la riqueza, el ingreso y el consumo.

Abstract

In a small open economy with flexible exchange rate and where inflation is stochastic, we assess the impact of fiscal policy on taxpayers. The total expected utility function applies only to risk-averse individuals who, with a certain (positive) probability, are alive when submitting their fiscal statement. It is assumed that taxpayers are subject to tax rates on wealth, income and consumption.

2010 Mathematics Subject Classification: 91B70, 93E20.
Keywords and phrases: Stochastic optimal control, mathematical economics.

1 Introducción

Sin duda, muchos esfuerzos ha hecho la autoridad fiscal federal en México para favorecer la regularización de los contribuyentes, por ejemplo, se han condonado para declaraciones de años fiscales anteriores:

créditos fiscales derivados de contribuciones, cuotas compensatorias y sus accesorios, así como multas por incumplimiento de obligaciones fiscales distintas de pago. También se ha incrementado el monto por el cual los asalariados no están obligados a presentar declaración anual y se han otorgado estímulos a diversas industrias. No obstante, falta el propósito de alentar la competitividad, reducir la dependencia de los ingresos petroleros, fomentar con estímulos fiscales la inversión extranjera directa, eliminar la elusión de los grandes corporativos con la consolidación de sus resultados (a diferencia de la evasión en donde de manera conciente no se pagan tributaciones, en la elusión se buscan imprecisiones, huecos o fallas en la legislación fiscal que permitan disminuir el monto de las contribuciones), incorporar a la economía informal al pago de contribuciones sin que con ello se reconozca a los ilegales, incrementar, en la medida de lo posible, las potestades tributarias de los estados y los municipios, y poner más atención en la redistribución de la riqueza.

Los regímenes tributarios en Latinoamérica, típicamente, han puesto énfasis en la selección de los niveles de tasas impositivas al ingreso (renta) y al consumo. Además, en países de America Latina como Venezuela, Brasil, México, Colombia, Ecuador y Perú, y de Medio Oriente como Arabia Saudita, Iraq, Irán, Kuwait, en donde la venta de petróleo y gas representa una proporción importante de los ingresos fiscales de sus gobiernos, las reformas hacendarias se han dirigido a reducir dicha dependencia petrolera. Es también importante destacar que en varias de estas economías no ha sido posible instrumentar reformas tributarias dirigidas a incentivar (con estímulos fiscales al sector empresarial doméstico) el crecimiento de la demanda interna a fin de reducir con ello el efecto de choques externos de corto y largo plazo.

Un tema actual en el desempeño de la economía mexicana es el impacto fiscal sobre diversas variables fundamentales, particularmente sobre el consumo y la inversión en ambientes de riesgo e incertidumbre. La literatura que relaciona el tema de incertidumbre con política económica ha marcado una tendencia creciente en las últimas décadas. Por ejemplo, se destacan los trabajos de: Brennan y McGuire (1975); Giovannini (1988); Alesina y Tabellini (1989); Elder (1999); Venegas-Martínez (2008), (2006), (2001), (2000a) y (2000b); y Venegas-Martínez y González-Aréchiga (2000).

El modelo propuesto en la presente investigación supone que los agentes perciben una tasa impositiva incierta sobre la riqueza, la cual es conducida por un movimiento geométrico Browniano. También, en el modelo se consideran impuestos sobre la renta y el consumo de los agentes; el consumo es gravado mediante una tasa *ad valorem.* La función de utilidad total esperada se aplica sólo a individuos, adversos al riesgo, que con cierta probabilidad (positiva) están vivos en el momento en que presentan su declaración fiscal.

Se supone además que los individuos que pueblan esta economía tienen expectativas de depreciación gobernadas por un proceso combinado de difusión con saltos. En este contexto, los pequeños movimientos del tipo de cambio, que están siempre presentes, se modelan a través de un movimiento Browniano, y una depreciación extrema y repentina (un salto en el tipo de cambio), que ocasionalmente ocurre, se modela mediante un proceso de Poisson. La mezcla de un movimiento Browniano con un proceso de saltos proporciona una distribución con exceso de curtosis, colas pesadas y sesgo para el tipo de cambio, lo que permite producir dinámicas más realistas en el tipo de cambio que no pueden ser generadas utilizando únicamente el movimiento Browniano. Este hecho no sólo es una sofisticación teórica, sino un aspecto relevante que incorpora mayor realismo en el modelado del comportamiento del tipo de cambio.

En el modelo que se desarrolla en el presente trabajo, bajo el supuesto de agentes adversos al riesgo, se examina la dinámica de equilibrio del consumo y la riqueza cuando la política fiscal es incierta. En este contexto, también se discuten varios temas específicos de política económica. Por ejemplo, se estudian los efectos sobre el consumo y el bienestar económico de cambios permanentes en los parámetros que determinan las expectativas de la política fiscal. Con respecto a estudios sobre los efectos de la política fiscal en el bienestar económico en ambientes estocásticos es importante mencionar los trabajos de Agell, Persson y Sacklén (2004) y Amilon y Bemin (2003). Varios de los resultados obtenidos en esta investigación proporcionan elementos que deben ser incorporados en la generación de recomendaciones en materia de política fiscal a fin de elaborar una reforma tributaria integral.

La organización de esta investigación es como sigue. En la sección 2 se introduce la dinámica estocástica del nivel general de precios con tipo de cambio flexible. En el transcurso de la sección 3 se enlistan los activos disponibles y sus rendimientos. Durante la sección 4 se define el impuesto sobre la riqueza. En la sección 5 se introducen los impuestos ISR e IVA. Por su parte, la sección 6 define una restricción del tipo *cash-in-advance* (el dinero se utiliza para financiar el consumo). En la sección 7 se establece el problema de decisión (control óptimo) del consumidor representativo. En la sección 8 se obtienen las condiciones necesarias de óptimo. En la sección 9 se resuelven las condiciones de primer orden (CPO). A través de la sección 10 se llevan a cabo diversos ejercicios de estática comparativa. En la sección 11 se examinan los impactos de los impuestos sobre el bienestar económico. En la sección 12 se estudia la dinámica de la riqueza y consumo bajo el esquema propuesto de contribuciones. Por último, en la sección 13, se presentan las conclusiones.

2 Nivel de precios con tipo de cambio flexible

En esta sección se desarrolla un modelo estocástico de una economía pequeña y abierta poblada con agentes idénticos (en gustos y dotaciones) de vida infinita. La economía produce y consume un solo bien perecedero. Se supone que el bien es comerciable internacionalmente, sin barreras arancelarias, y el nivel general de precios domésticos, P_t, es determinado por la condición de poder de paridad de compra, a saber,

$$\frac{P_t}{P_t^*} = e_t,$$

donde P_t^* es el precio en moneda extranjera del bien en el resto del mundo, y e_t es el tipo de cambio nominal. Se supone, por simplicidad, que P_t^* es igual a 1. También, se supone que el valor inicial del tipo de cambio, e_0, es conocido e igual a 1. Como siempre, el nivel general de precios es el promedio ponderado de los precios de una muestra de los bienes y servicios que se producen en una economía, la ponderación toma en cuenta la importancia relativa que las unidades familiares asignan al gasto. En el caso de México, el nivel general de precios es el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC), el cual genera periódicamente (quincenalmente) el INEGI como la relación entre el promedio ponderado actual de precios y el promedio ponderado de los precios de un año base (2002).

Asimismo, se supone que el número de saltos, movimientos extremos y repentinos, en el tipo de cambio, por unidad de tiempo, siguen un proceso de Poisson q_t con intensidad λ, de tal manera que

$$\mathbb{P}^{(q)}\{\text{un salto unitario durante d}t\} = \mathbb{P}^{(q)}\{\mathrm{d}q_t = 1\} = \lambda \mathrm{d}t \qquad (1)$$

y

$$\mathbb{P}^{(q)}\{\text{más de un salto durante d}t\} = \mathbb{P}^{(q)}\{\mathrm{d}q_t > 1\} = o(\mathrm{d}t).$$

De esta manera,

$$\mathbb{P}^{(q)}\{\text{ningún salto durante} \mathrm{d}t\} = \mathbb{P}^{(q)}\{\mathrm{d}q_t = 0\} = 1 - \lambda \mathrm{d}t - o(\mathrm{d}t), \quad (2)$$

donde $o(\mathrm{d}t)/\mathrm{d}t \to 0$ cuando $\mathrm{d}t \to 0$. Así, $\mathrm{E}^{(q)}[\mathrm{d}q_t] = \mathrm{Var}^{(q)}[\mathrm{d}q_t] = \lambda \mathrm{d}t$. El número inicial de saltos se supone igual a cero, es decir, $q_0 = 0$.

Se supone ahora que el consumidor percibe que la tasa de inflación esperada, $\mathrm{d}P_t/P_t$, y por lo tanto la tasa esperada de depreciación, $\mathrm{d}e_t/e_t$, sigue un movimiento geométrico Browniano con saltos de Poisson descrito por

$$\frac{\mathrm{d}P_t}{P_t} = \frac{\mathrm{d}e_t}{e_t} = \mu \mathrm{d}t + \sigma_P \mathrm{d}z_t + \xi \mathrm{d}q_t, \quad (3)$$

donde μ es la tasa media esperada de depreciación (o inflación) condicionada a que no se presenten saltos, σ_P es la volatilidad instantánea del nivel general de precios, y ξ es el tamaño medio esperado de un salto en el tipo de cambio. El proceso (de Wiener) $\mathrm{d}z_t$ es normal con media $\mathrm{E}^{(z)}[\mathrm{d}z_t] = 0$ y varianza $\mathrm{Var}^{(z)}[\mathrm{d}z_t] = \mathrm{d}t$. Asimismo, se supone que $\mathrm{d}z_t$ es (estocásticamente) independiente de $\mathrm{d}q_t$. En lo que se sigue, μ, σ_P, λ y ξ son constantes positivas. La presencia de saltos pemitirá modelar la existencia de movientos bruscos e inesperados en el nivel general de precios; situación que está más allá de la distribución normal, *i.e.*, más allá del supuesto de un proceso de difusión browniana. Es importante destacar que las difusiones con saltos son modelos muy comunes en aplicaciones financieras en teoría del control y juegos; como se puede ver en Oksendal y Sulem (2007) y Mataramvura y Oksendal (2008). Asimismo, se debe mencionar que en lugar de un proceso de difusión con saltos, sería interesante utilizar un proceso de difusión con coeficientes que pueden cambiar aleatoriamente, $\mu(y_t)$ y $\sigma(y_t)$, donde y_t es una cadena de Markov (finita) cuyos estados representan los distintos cambios en una economía o un mercado financiero; véanse, por ejemplo, Yin y Zhu (2010) y Escobedo-Trujillo (2007).

3 Dinero, bonos y sus rendimientos

Se supone que en esta economía, el agente mantiene saldos monetarios reales,

$$m_t = M_t/P_t,$$

donde M_t es el acervo nominal de dinero. La tasa de retorno estocástica por la tenencia de saldos reales, $\mathrm{d}R_m$, está dada por el cambio porcentual en el precio del dinero en términos de bienes. Al aplicar el lema de Itô para procesos de difusión con saltos al inverso del nivel de precios, con (3) como el proceso subyacente, se obtiene (véase el lema de Itô extendido a saltos, por ejemplo, en Venegas-Martínez (2001) ó (2008))

$$\mathrm{d}R_m = \frac{\mathrm{d}m_t}{m_t} = (-\mu + \sigma_P^2)\mathrm{d}t - \sigma_P \mathrm{d}z_t - \Big(\frac{\xi}{1+\xi}\Big)\mathrm{d}q_t. \tag{4}$$

Por simplicidad se supone que el agente sólo tiene acceso a un bono gubernamental doméstico, b_t, que paga una tasa de interés real libre de riesgo, r, constante para todos los plazos. En este caso, se satisface

$$\mathrm{d}b_t = rb_t\mathrm{d}t, \tag{5}$$

donde b_0 es dado. Así, el bono paga r unidades del bien de consumo por unidad de tiempo. Los agentes toman r como dada. La ecuación (5) se puede interpretar como una cuenta bancaria, en la que se realiza un depósito inicial con valor b_0 al tiempo cero, y que gana a una tasa instantanea libre de riesgo, r, en cada instante t.

4 Impuestos sobre la riqueza

Se supone que la riqueza del consumidor representativo es objeto del pago de un impuesto. Se supone que éste es gravado a una tasa, τ_t, de acuerdo con la ecuación diferencial estocástica siguiente:

$$\frac{\mathrm{d}\tau_t}{\tau_t} = \bar{\tau}\mathrm{d}t + \sigma_\tau \mathrm{d}\widetilde{z}_t, \quad \tau_0 > 0, \tag{6}$$

con

$$\mathrm{d}\widetilde{z}_t = \rho \mathrm{d}z_t + \sqrt{1-\rho^2}\mathrm{d}u_t, \qquad \mathrm{d}u_t \sim \mathcal{N}(0, \mathrm{d}t), \tag{7}$$

y

$$\mathrm{Cov}\big(\mathrm{d}z_t, \mathrm{d}\big(\rho z_t + \sqrt{1-\rho^2}u_t\big)\big) = \rho \mathrm{d}t, \tag{8}$$

donde $\bar{\tau}$ es la tasa media esperada de crecimiento del impuesto sobre la riqueza, σ_τ es la volatilidad de la tasa impositiva en la riqueza, y $\rho \in [-1, 1]$ es la correlación entre los cambios en la inflación y los cambios en los impuestos sobre la riqueza. Observe que un incremento en el tipo de cambio deprecia los saldos monetarios reales. Esto, a su vez, reduce el valor real de los activos, situación que puede llevar a la autoridad fiscal a modificar su política fiscal. Los procesos q_t, z_t, y u_t se suponen independientes por pares.

5 Dinero para financiar consumo

Considere ahora una restricción del tipo *cash-in-advance* de la forma:

$$m_t = \alpha c_t, \tag{9}$$

donde c_t es el consumo y $\alpha > 0$ es el tiempo que se mantiene el dinero para financiar el consumo. De esta forma, la depreciación en el tipo de cambio actúa como un impuesto estocástico en los saldos monetarios reales.

6 Riqueza, ISR e IVA

En esta sección se introducen los impuestos directos (ISR) e indirectos (IVA) y se caracterizan las decisiones óptimas de consumo y portafolio de un agente representativo. La acumulación de la riqueza, a_t, del consumidor representativo en términos de las decisiones de portafolio, $w_t = m_t/a_t$, $1 - w_t = b_t/a_t$, y de consumo, c_t, está dada por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas:

$$\mathrm{d}a_t = a_t w_t \mathrm{d}R_m + a_t(1 - w_t)\mathrm{d}R_b - (\tau_t a_t + (1 + \widehat{\tau})c_t)\,\mathrm{d}t + (1 - \widetilde{\tau})y\mathrm{d}t,$$

$$\mathrm{d}\tau_t = \bar{\tau}\tau_t \mathrm{d}t + \sigma_\tau \tau_t\big(\rho \mathrm{d}z_t + \sqrt{1-\rho^2}\mathrm{d}u_t\big), \quad \tau_0 > 0, \tag{10}$$

donde $\mathrm{d}R_b = \mathrm{d}b_t/b_t$, $\widehat{\tau}$ es una tasa impositiva *ad valorem* (al valor agregado) del consumo, y es un flujo constante de ingreso (en términos reales), $\widetilde{\tau}$ es el impuesto sobre la renta y $a_0 = m_0 + b_0 > 0$. Usualmente el porcentaje que aportan los individuos con mayor riqueza inicial, a_0, en la recaudación total del impuesto al valor agregado es mayor que el de los de menor riqueza. Lo mismo sucede con el impuesto sobre la renta.

Si se sustituyen las ecuaciones (4), (5) y (9) en la primera ecuación del sistema (10), se tiene que

$$\mathrm{d}a_t = a_t\left\{[r - \Lambda w_t - \tau_t + (1-\widetilde{\tau})y]\,\mathrm{d}t - w_t\sigma_P \mathrm{d}z_t - w_t\left(\frac{\xi}{1+\xi}\right)\mathrm{d}q_t\right\}, \tag{11}$$

donde

$$\Lambda = (1 + \widehat{\tau})\alpha^{-1} + r + \mu - \sigma_P^2.$$

La expresión (11) es la ecuación diferencial estocástica que conduce la riqueza del individuo después de incorporar los rendimientos de los diferentes activos e impuestos.

7 Problema del agente representativo

La función de utilidad del tipo von Neumann-Morgenstern al tiempo 0, u_0, de un agente representativo, competitivo (precio aceptante) y adverso al riesgo está dada por:

$$u_0 = \mathrm{E}\left[\int_0^{\infty} u(c_t)\; e^{-rt} f(t)\mathrm{d}t \quad \middle|\; \mathcal{F}_0\right]. \tag{12}$$

donde $\mathcal{F}_0$ es la información disponible al tiempo $t = 0$, la cual esencialmente contempla los valores iniciales a_0 y τ_0. Observe que la tasa subjetiva de descuento del agente ha sido igualada a la tasa de interés, r, a fin evitar dificultades técnicas innecesarias en la dinámica de equilibrio. La función de densidad de que el individuo esté vivo al tiempo t se supone de la forma exponencial, es decir, $f(t) = \zeta e^{-\zeta t}$ donde $1/\zeta$ representa el número promedio de individuos vivos al tiempo t. De esta manera la función de utilidad total esperada se aplica sólo a individuos, adversos al riesgo, que con cierta probabilidad están vivos en el momento en que presentan su declaración fiscal. Se empleará la función de utilidad logarítmica, $u(c_t) = \log(c_t)$, con el propósito de generar soluciones analíticas que hagan más simple el análisis posterior.

8 Condiciones necesarias de óptimo

La ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman para el problema de programación dinámica estocástica en tiempo continuo en el que se maximiza la utilidad esperada del agente, sujeto a su restricción presupuestal intertemporal, es (véanse, al respecto, Venegas-Martínez (2008) o Oksendal y Sulem (2007)):

$$\begin{aligned}
&\lambda I(a_t,\tau_t,t) - I_t(a_t,\tau_t,t) - I_\tau(a_t,\tau_t,t)\bar{\tau}\tau_t - \tfrac{1}{2} I_{\tau\tau}(a_t,\tau_t,t)\tau_t^2\sigma_\tau^2 \\
&-I_a(a_t,\tau_t,t)a_t\left[r - \tau_t + (1-\widetilde{\tau})y\right] \\
&= \max_w \Big\{ \log(\alpha^{-1}a_t w_t)e^{-(r+\zeta)t} - I_a(a_t,\tau_t,t)a_t\Lambda w_t + \tfrac{1}{2} I_{aa}(a_t,\tau_t,t)a_t^2 w_t^2\sigma_P^2 \\
&-I_{a\tau}(a_t,\tau_t,t)a_t\tau_t w_t\sigma_P\sigma_\tau\rho + \lambda I\left(a_t\left(\frac{1+\xi(1-w_t)}{1+\xi}\right),\tau_t,t\right)\Big\},
\end{aligned} \tag{13}$$

donde los subíndices en I, I_a, I_{aa}, etc., significan derivadas parciales. La función de valor

$$I(a_t,\tau_t,t) = \max_w \mathrm{E}_t\left\{\int_t^{\infty} \log\Big(\alpha^{-1}a_s w_s\Big)e^{-(r+\zeta)s}\mathrm{d}s \;\middle|\; a_t,\tau_t\right\}$$

es la función de utilidad indirecta (o función de bienestar económico) del consumidor, e $I_a(a_t, \tau_t, t)$ es la variable de coestado. Dado el factor de descuento exponencial en la utilidad indirecta, es conveniente definir a $I(a_t, \tau_t, t)$ en forma separable como

$$I(a_t, \tau_t, t) \equiv F(a_t, \tau_t)e^{-(r+\zeta)t}. \tag{14}$$

Por lo tanto, la ecuación (14) se transforma en

$$\begin{aligned}
&(\lambda + r + \zeta)F(a_t, \tau_t) - F_\tau(a_t, \tau_t)\bar{\tau}\tau_t - \tfrac{1}{2}F_{\tau\tau}(a_t, \tau_t)\tau_t^2\sigma_\tau^2 \\
&-F_a(a_t, \tau_t)a_t\left[r - \tau_t + (1 - \widetilde{\tau})y\right] \\
= \max_w &\left\{ \log(\alpha^{-1}a_t w_t) - F_a(a_t, \tau_t)a_t\Lambda w_t + \tfrac{1}{2}F_{aa}(a_t, \tau_t)a_t^2 w_t^2 \sigma_P^2 \right. \\
&\left. -F_{a\tau}(a_t, \tau_t)a_t\tau_t w_t \sigma_P \sigma_\tau \rho + \lambda F\Big(a_t\Big(\frac{1 + \xi(1 - w_t)}{1 + \xi}\Big), \tau_t\Big) \right\}.
\end{aligned} \tag{15}$$

La ecuación anterior representa una condición necesaria del problema de decisión del consumidor y será resuelta a continuación.

9 Solución de la CPO

Se postula como posible candidato de solución de (15) a

$$F(a_t, \tau_t) = \delta_0 + \delta_1 \log\left(\frac{a_t}{\tau_t}\right) + H(\tau_t; \delta_2, \delta_3), \tag{16}$$

donde δ_0, δ_1 y $H(\tau_t; \delta_2, \delta_3)$ se tienen que determinar a partir de la ecuación (15). Las constantes δ_2 y δ_3 se determinan de tal manera que $H(\tau_0) = 0$ y $H'(\tau_0) = 0$. Al sustituir la ecuación (16) en (15), se obtiene

$$\begin{aligned}
&(r + \zeta)\left(\delta_0 + \delta_1 \log(a_t)\right) + \delta_1\left[\bar{\tau} - r - (1 - \widetilde{\tau})y - \tfrac{1}{2}\sigma_\tau^2\right] \\
&+(r + \zeta)H(\tau_t) - H'(\tau_t)\tau_t\bar{\tau} - \tfrac{1}{2}H''(\tau_t)\tau_t^2\sigma_\tau^2 - (r + \zeta)\delta_1\log(\tau_t) + \delta_1\tau_t \\
= \max_w &\left\{\log(\alpha^{-1}a_t w_t) - \delta_1\Lambda w_t - \tfrac{1}{2}\delta_1 w_t^2\sigma_P^2 + \lambda\delta_1\log\Big(\frac{1 + \xi(1 - w_t)}{1 + \xi}\Big)\right\}.
\end{aligned} \tag{17}$$

Las condiciones de primer orden del problema de optimización intertemporal del agente representativo conducen a una proporción de riqueza asignada a la tenencia de saldos reales invariante en el tiempo, $w_t \equiv w$, así como a la relación

$$\frac{1}{\delta_1 w} - \frac{\lambda\xi}{1+\xi(1-w)} = (1+\widehat{\tau})\alpha^{-1} + r + \mu - \sigma_{P}^2 + w\sigma_{P}^2. \tag{18}$$

Ahora se tiene que determinar $H(\tau_t)$ como solución de la ecuación diferencial ordinaria de segundo orden

$$(r+\zeta)H(\tau_t) - H'(\tau_t)\tau_t\bar{\tau} - \tfrac{1}{2}H''(\tau_t)\tau_t^2\sigma_\tau^2 - (r+\zeta)\delta_1\log(\tau_t) + \delta_1\tau_t = 0. \tag{19}$$

Los coeficientes δ_0 y δ_1 son determinados de (15) después de sustituir el valor óptimo w^*. Así,

$$\delta_1 = (r+\zeta)^{-1},$$

lo que produce que el coeficiente de $\log(a_t)$ en la ecuación (17) sea cero, y

$$\delta_0 = \frac{1}{r+\zeta}\log(\alpha^{-1}w^*) - \frac{1}{(r+\zeta)^2}\Bigg[((1+\widehat{\tau})\alpha^{-1} + r + \mu - \sigma_{P}^2)w^*$$
$$+ \tfrac{1}{2}(w^*\sigma_{P})^2 + \bar{\tau} - r - (1-\widetilde{\tau})y - \tfrac{1}{2}\sigma_\tau^2 - \lambda\log\Big(\frac{1+\xi(1-w^*)}{1+\xi}\Big)\Bigg]. \tag{20}$$

El supuesto de utilidad logarítmica conduce a que w dependa solamente de los parámetros que determinan las características estocásticas de la economía, y por lo tanto w es constante. Es decir, la actitud del consumidor hacia el riesgo cambiario es independiente de su riqueza, *i.e.*, el nivel de riqueza resultante en cualquier instante no tiene relevancia para las decisiones de portafolio. Más aún, debido a la utilidad logarítmica, el coeficiente de correlación, $\rho \in (-1,1)$, no juega papel alguno en las decisiones del consumidor. Por último, es importante señalar que la ecuación (18) es cúbica, por lo que tiene al menos una raíz real.

Se puede demostrar que la solución de la ecuación (19) satisface

$$H(\tau_t) = \delta_2\tau_t^{\gamma_1} + \delta_3\tau_t^{\gamma_2} + \frac{1}{\bar{\tau}}\log(\tau_t)\left(1 + \frac{2}{(\sigma_\tau^2 + 2\bar{\tau})}\tau_t\right) + \frac{1}{\bar{\tau}}\left(1 - \frac{\sigma_\tau^2}{2\bar{\tau}}\right), \tag{21}$$

donde

$$\gamma_1 = \frac{4(r+\zeta)}{(2\bar{\tau} - \sigma_\tau^2) + \sqrt{(2\bar{\tau} - \sigma_\tau^2)^2 + 8(r+\zeta)\sigma_\tau^2}} \tag{22}$$

y

$$\gamma_2 = \frac{4(r+\zeta)}{(2\bar{\tau} - \sigma_\tau^2) - \sqrt{(2\bar{\tau} - \sigma_\tau^2)^2 + 8(r+\zeta)\sigma_\tau^2}}. \tag{23}$$

Los coeficientes δ_2 y δ_3 se determinan de tal manera que $H(\tau_0) = 0$ y $H'(\tau_0) = 0$. La primera condición inicial, $H(\tau_0) = 0$, asegura que el bienestar económico,

$$W \equiv I(a_0, \tau_0, 0) = F(a_0, \tau_0) = \delta_0 + \frac{1}{r+\zeta} \log\left(\frac{a_0}{\tau_0}\right), \qquad (24)$$

sea independiente de la selección de H. La segunda condición inicial, $H'(\tau_0) = 0$, garantiza que la función de bienestar sea decreciente con respecto del impuesto a la riqueza, esto es,

$$\left.\frac{\partial I}{\partial \tau}\right|_{\tau=\tau_0} = -\frac{1}{(r+\zeta)\tau_0} < 0, \qquad (25)$$

y también asegura que H sea la única solución de la ecuación (19).

La ecuación (18) es cúbica con una raíz negativa y dos raíces positivas. Esto puede verse si se intersecta la línea recta definida por el lado derecho de la ecuación (18) con la gráfica definida por el lado izquierdo de (18). En este caso, hay solamente una intersección que proporciona un estado estacionario (único) de la riqueza que el consumidor asigna a la tenencia de saldos reales $w^* \in (0, 1)$, lo que elimina la posibilidad de ventas en corto

10 Experimentos de estática comparativa

En esta sección se obtienen los primeros resultados relevantes del modelo propuesto. Un aumento permanente en el impuesto *ad valorem* al consumo producirá una reducción permanente en la proporción de la riqueza asignada al consumo futuro, ya que

$$\frac{\partial w^*}{\partial \hat{\tau}} = -\frac{1}{\alpha\Psi} < 0, \qquad (26)$$

donde

$$\Psi = \left[\frac{r}{(w^*)^2} + \frac{\lambda\eta^2}{[1+\eta(1-w^*)]^2} + \sigma_P^2\right].$$

11 Impactos sobre el bienestar económico

A continuación se evalúan los impactos de choques exógenos en el bienestar económico. Como siempre, el criterio de bienestar, W, del individuo representativo es la utilidad indirecta con una riqueza real inicial, a_0, y una tasa impositiva inicial de la riqueza, τ_0. Por lo tanto, en virtud de las ecuaciones (14), (20) y (24) el bienestar está definido por:

$$W(\mu,\lambda,\xi,y,\bar{\tau},\widehat{\tau},\widetilde{\tau};a_0,\tau_0) \equiv I(a_0,\tau_0,0)$$

$$= \frac{1}{r+\zeta}[1+\log(a_0/\tau_0)+\log(\alpha^{-1}w^*)]$$

$$-\frac{1}{(r+\zeta)^2}\Bigg[((1+\widehat{\tau})\alpha^{-1}+r+\mu-\sigma_P^2)w^*+\tfrac{1}{2}(w^*\sigma_P)^2+\bar{\tau}-(1-\widetilde{\tau})y-\tfrac{1}{2}\sigma_\tau^2$$

$$-\lambda\log\Big(\frac{1+\xi(1-w^*)}{1+\xi}\Big)\Bigg], \tag{27}$$

donde se ha utilizado los siguientes resultados:

$$H(\tau_0)=0, \tag{28}$$

$$I(a_0,\tau_0,0)=F(a_0,\tau_0) \tag{29}$$

y

$$F(a_0,\tau_0)=\delta_0+\frac{1}{r+\zeta}\log\left(\frac{a_0}{\tau_0}\right). \tag{30}$$

A continuación se calculan los impactos en el bienestar económico producidos por cambios permanentes en la tasa impositiva media esperada a la riqueza, el impuesto esperado *ad valorem* al consumo, y el impuesto sobre la renta. En este caso, se tiene

$$\frac{\partial W}{\partial\bar{\tau}}=-\frac{1}{(r+\zeta)^2}<0, \tag{31}$$

$$\frac{\partial W}{\partial\widehat{\tau}}=-\frac{1}{(r+\zeta)^2}\alpha^{-1}w^*<0 \tag{32}$$

y

$$\frac{\partial W}{\partial\widetilde{\tau}}=-\frac{1}{(r+\zeta)^2}y<0.$$

Por lo tanto, aumentos en la tasa impositiva media esperada sobre la riqueza, la tasa impositiva en el consumo y en el impuesto sobre la renta conducen a una reducción en el bienestar económico.

12 Dinámica de la riqueza y consumo

Ahora se obtiene el proceso estocástico que genera la riqueza real del consumidor cuando se aplica la regla óptima. Después de sustituir w^* en la ecuación (11), se obtiene

$$\mathrm{d}a_t = a_t\Bigg[\Big(\frac{\lambda\xi w^*}{1+\xi(1-w^*)} + (w^*\sigma_P)^2 - \tau_t + (1-\widetilde{\tau})y\Big)\mathrm{d}t$$

$$-w^*\sigma_P \mathrm{d}z_t + \Big(\frac{1+\xi(1-w^*)}{1+\xi} - 1\Big)\mathrm{d}q_t\Bigg], \tag{33}$$

donde

$$\tau_t = \tau_0 \exp\left\{(\bar{\tau} - \tfrac{1}{2}\sigma_\tau^2)t + \mathcal{E}\sigma\sqrt{t}\right\}, \tag{34}$$

y $\mathcal{E} \sim \mathcal{N}(0,1)$. La función densidad de probabilidad de τ_t, dado τ_0, satisface

$$f_{\tau_t|\tau_0}(x|\tau_0) = \frac{1}{\sqrt{2\mu t}\sigma_\tau x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(x/\tau_0) - (\bar{\tau} - \frac{1}{2}\sigma_\tau^2)t}{\sigma_\tau\sqrt{t}}\right)^2\right\}. \tag{35}$$

Además, se tiene

$$\mathrm{E}[\tau_t|\tau_0] = \tau_0 e^{\bar{\tau}t} \tag{36}$$

y

$$\mathrm{Var}[\tau_t|\tau_0] = \tau_0^2 e^{2\bar{\tau}t}\big(e^{\sigma_\tau^2 t} - 1\big). \tag{37}$$

La solución a la ecuación diferencial estocástica (33), condicionada por a_0, es

$$a_t = a_0 e^{\eta_t}, \tag{38}$$

donde

$$\eta_t = \theta_t + \phi_t, \quad \theta_t|\tau_t \sim \mathcal{N}[[F(w^*) - \tau_t + (1-\widetilde{\tau})y]t, G(w^*)t],$$

$$\phi_t = L(w^*)q_t,$$

y

$$q_t \sim \mathcal{P}(\lambda t).$$

Es decir, q_t es un proceso de Poisson con intensidad λ. Los componentes estacionarios de los parámetros de las distribuciones antes mencionadas son:

$$F(w^*) = \frac{\lambda\xi w^*}{1+\xi(1-w^*)} + \frac{(w^*\sigma)^2}{2},$$

$$G(w^*) = (w^*\sigma)^2,$$

y

$$L(w^*) = \log\Big(\frac{1+\xi(1-w^*)}{1+\xi}\Big).$$

Asimismo, observe que

$$\mathrm{E}[\eta_t|\tau_t] = [F(w^*) - \tau_t + (1-\widetilde{\tau})y + L(w^*)\lambda]t$$

y

$$\mathrm{Var}[\eta_t|\tau_t] = [G(w^*) + [L(w^*)]^2\lambda]t.$$

Más aún, se sigue que

$$\mathrm{E}[\eta_t] = \mathrm{E}\{\mathrm{E}[\eta_t|\tau_t]\} = [F(w^*) - \tau_0 e^{\bar{\tau}t} + (1-\widetilde{\tau})y + L(w^*)\lambda]t, \tag{39}$$

y

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}[\eta_t] &= \mathrm{Var}\{\mathrm{E}[\eta_t|\tau_t]\} + \mathrm{E}\{\mathrm{Var}[\eta_t|\tau_t]\}\\ &= t^2\tau_0^2 e^{2\bar{\tau}t}\big(e^{\sigma_t^2 t} - 1\big) + [G(w^*) + [L(w^*)]^2\lambda]t.\end{aligned} \tag{40}$$

Estas dos últimas ecuaciones, de acuerdo con (38), determinan la media y la varianza de la velocidad a la que crece la riqueza real del individuo.

En virtud de las ecuaciones (9) y (38), el proceso estocástico para el consumo se puede escribir como

$$c_t^* = \alpha^{-1}w^*a_0e^{\eta_t}. \tag{41}$$

Esto indica que, en ausencia de mercados de productos derivados financieros, el riesgo de depreciación tiene un efecto en la riqueza a través de la incertidumbre en η_t, es decir, la incertidumbre cambia el conjunto de oportunidades que enfrenta el consumidor. Por otra parte, el riesgo de depreciación también afecta la composición del portafolio por medio de sus efectos en w^*. De este modo, un cambio en la política económica estará acompañado tanto del efecto riqueza como del de sustitución.

13 Conclusiones

En muchas economías, la ausencia, desde hace muchas décadas, de reformas fiscales a fondo ha acumulado una carga fiscal sin precedentes sobre los contribuyentes. Esta investigación desarrolló, en un ambiente de riesgo e incertidumbre, un modelo que permite analizar el impacto fiscal sobre las decisiones de consumo y portafolio. Se consideró una economía en donde los agentes son sujetos a tasas impositivas sobre la riqueza, el ingreso y el consumo.

Las concordancia que las variables fundamentales deben guardar con los niveles de riesgo en el equilibrio, son relaciones frágiles que requieren de un manejo responsable en el diseño e implementación de una reforma fiscal. En este sentido, la incertidumbre puede conducir a cambios cuantitativos y cualitativos significativos con respecto al análisis simplista del marco determinista.

La mayor parte de la investigación documentada sobre los efectos de la política fiscal en el desempeño de las economías ignora la incertidumbre, proporcionando justificaciones elaboradas para menospreciar la inclusión de factores de riesgo. Sin embargo, como se ha demostrado en esta investigación, la consideración de incertidumbre en vísperas de una reforma fiscal permite analizar dinámicas transicionales más realistas. Varios de los resultados obtenidos en el transcurso de este trabajo proporcionan elementos que pueden ser incorporados en diversas recomendaciones en materia de política fiscal a fin de elaborar una reforma tributaria integral.

El modelo desarrollado supone que los agentes perciben incertidumbre en la política fiscal. En en análisis se consideraron impuestos sobre la riqueza, la renta y el consumo. Se supuso además que las expectativas de depreciación son conducidas por un proceso estocástico. Bajo este ambiente de riesgo e incertidumbre, se examinaron las decisiones de consumo e inversión de un agente representativo. Se ha mostrado que el agente asigna proporciones constantes de su riqueza a los diferentes activos disponibles en la economía, a fin de transferir consumo hacia el futuro. Dichas proporciones constantes dependen solamente de los parámetros que determinan las características estocásticas de la economía. Así, la actitud del consumidor hacia el riesgo cambiario es independiente del nivel de riqueza en cualquier instante.

Así mismo se evaluaron los impactos de choques exógenos de variables fundamentales en el bienestar económico, incluyendo cambios permanentes en las diferentes impuestos. Entre los resultados se destaca que un aumento en cualquiera de los impuestos considerados conduce a una reducción en el bienestar económico (utilidad indirecta) cuando el destino del gasto no desempeña papel alguno en la función de utilidad (directa) o en la restricción presupuestal de las unidades familiares. Por último, se ha discutido el caso cuando el bienestar depende del gasto, mostrando cómo se modifican los resultados obtenidos anteriormente.

Nuestro país cuenta con diversas disposiciones fiscales y es necesario modificarlas y adecuarlas (incluso eliminarlas) a fin de impulsar el crecimiento y la competitividad, reducir la dependencia de los ingresos petroleros, eliminar la elusión de corporativos con la consolidación de resultados financieros, incorporar a la economía informal al pago de contribuciones (el impuesto a los depósitos en efectivo es muy limitado), incrementar las potestades tributarias de los estados y los municipios, y poner más atención en la redistribución de la riqueza con desarrollo social.

Agradecimientos

Los autores desean agradecer los valiosos comentarios y múltiples sugerencias de dos dictaminadores anónimos. Por supuesto, las opiniones que se vertieron y los errores que persistieron son responsabilidad exclusiva de los autores.

Francisco Ortiz-Arango
Escuela de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad Panamericana
Augusto Rodin 498
Col. Insurgentes Mixcoac
Del. Benito Juárez
México, D. F. 03920
México
fortizar@up.edu.mx

Francisco Venegas-Martínez
Escuela Superior de Economía
Instituto Politécnico Nacional
Plan de Agua Prieta, No. 66
Col. Plutarco Elías Calles
Del. Miguel Hidalgo
México, D. F. 11340
México
fvenegas1111@yahoo.com.mx

Claudia Estrella Castillo-Ramírez
Departamento de Sistemas
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
Av. San Pablo No. 180
Col. Reynosa Tamaulipas
Del. Azcapotzalco
México, D. F. 02200
México
ce1castillo@hotmail.com

Referencias

[1] Agell, J. M. Persson, and H. Sacklén (2004). "The effects of tax reform on labor supply, tax revenue and welfare when tax avoidance matters". *European Journal of of Political Economy*, Vol. 20, pp. 963-982.

[2] Alesina, A. and G. Tabellini (1989). "External debt, capital flight and political risk", *Journal of International Economics*, Vol. 27,

pp. 199-220.

[3] Amilon, H. and H. P. Bemin (2003). "Welfare effects of controlling labor suply: an application of the stochastic Ramsey Model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 28, pp. 331-348.

[4] Barro, R. J. (1990). "Government spending in a simple model of endogenous growth". *Journal of Political Economy*, Vol. 98, pp. S103-S125.

[5] Brennan, G. and T. McGuire (1975). "Optimal policy choice under uncertainty". *Journal of Public Economics*, Vol. 4, pp. 205-209.

[6] Elder, E. (1999). "Dynamic fiscal policy with regime-duration uncertainty: The Tax-Cut Case". *Journal of Macroeconomics*, Vol. 21, pp. 29-55.

[7] Giovannini, A. (1988). "The real exchange rate, the capital stock, and fiscal policy", *European Economic Review*, Vol. 32, pp. 1747-1767.

[8] Mataramvura, S. and B. Oksendal (2008). "Risk minimizing portfolios and HJBI equations for stochastic differential games". *Stochastics*, Vol. 80, pp. 317-337.

[9] Oksendal, B. and A. Sulem (2007). Applied Stochastic Control of Jump Diffusions. Springer, Berlin.

[10] Venegas-Martínez, F. (2001). "Temporary stabilization: a stochastic analysis". *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 25, pp. 1429-1449.

[11] Venegas-Martínez, F. (2000a). "On consumption, investment, and risk". *Economía Mexicana, Nueva Época*, Vol. 9, pp. 227-244.

[12] Venegas-Martínez, F. (2000b). "Utilidad, aprendizaje y estabilización,". *Gaceta de Economía*, Vol. 10, pp. 153-169.

[13] Venegas-Martínez, F. (2006). "Stochastic temporary stabilization: undiversifiable devaluation and income risks". *Economic Modelling*, Vol. 23, pp. 157-173.

[14] Venegas-Martínez, F. (2008). Riesgos Financieros y Económicos (Productos Derivados y Decisiones Económicas bajo Incertidumbre). 2a. edición. Cengage Learning (anteriormente International Thomson Editors).

[15] Venegas-Martínez, F. y B. González-Aréchiga (2000). "Mercados financieros incompletos y su impacto en los programas de estabilización de precios: El caso mexicano". *Momento Económico*, Vol. 111, pp. 20-27.

[16] Venegas-Martínez, F y F. Ortiz-Arango (2010). Evaluación del impacto fiscal en las decisiones de consumo y portafolio: un enfoque estocástico. En *Avances Recientes en Valuación de Activos y Administración de Riesgos*, Vol. 1, Francisco Ortiz Arango Coordinador. Universidad Panamericana, UP.